**Группа: 51-52**

**Дата 23.24.25-03.2020г:тема Показательные уравнения.Решения показательных уравнений**

[1. Определение и свойства показательной функции](https://interneturok.ru/lesson/algebra/11-klass/pokazatelnaya-i-logarifmicheskaya-funktsii/pokazatelnye-uravneniya#mediaplayer)

Как правило, все типы показательных уравнений сводятся к простейшим показательным уравнениям.

Напомним основные свойства показательной функции.

**Показательная функция** – это функция вида , где  и 



Рис. 1. График показательной функции

На графике показаны кривые, иллюстрирующие показательную функцию при основании большем единицы и меньшем единицы, но большем нуля.

Обе кривые проходят через точку (0;1)

**Свойства показательной функции**:

Область определения: ;

Область значений: ;

Функция монотонна, при  возрастает, при  убывает.

Монотонная функция принимает каждое свое значение при единственном значении аргумента.

[2. Методика решения простейших показательных уравнений, пример](https://interneturok.ru/lesson/algebra/11-klass/pokazatelnaya-i-logarifmicheskaya-funktsii/pokazatelnye-uravneniya#mediaplayer)

Напомним, как решать простейшие показательные уравнения.



Равенство показателей степени при равных основаниях обусловлено свойством показательной функции, а именно ее монотонностью.

*Методика решения*:

Уравнять основания степеней;

Приравнять показатели степеней.

Например:









[3. Решение типовых показательных уравнений](https://interneturok.ru/lesson/algebra/11-klass/pokazatelnaya-i-logarifmicheskaya-funktsii/pokazatelnye-uravneniya#mediaplayer)

**Показательные уравнения, сводящиеся к квадратному**:



Уравняем основания степеней в правой и левой части:



Получаем квадратное уравнение:









**Следующий тип уравнений, когда показатели степени одинаковые, а основания разные:**



Необходимо уравнять основания степени. Разделим обе части уравнения на , имеем право это сделать т. к.  всегда больше нуля:









Иллюстрация:

На рисунке 2 красным показан график функции , черным – график функции , очевидно, что графики пересекаются в единственной точке при .

**Рассмотрим следующий тип уравнений на примере.**

 (уравнение 3)

Представим второе слагаемое в левой части как произведение степеней:





Приведем подобные в левой части:









Рис. 2. Иллюстрация к уравнению с одинаковыми основаниями степени

Оформить решение уравнения 3 можно иначе.



Вынесем в левой части  за скобки:













**Еще один тип показательных уравнений:**



Воспользуемся свойствами степеней для преобразования левой части:



Складываем алгебраически полученные дроби:



Знаменатель данной дроби никогда не равен нулю, числитель приравниваем к нулю:









Данное уравнение можно было решать иначе, для этого нужно было заметить, что в показателе степени второго слагаемого можно вынести двойку за скобки и получить уравнение с одинаковыми показателями степеней.

***Уравнения, где перемножаются две степени с одинаковым показателем.***



Воспользуемся свойством степени:







**Домашнее задание**

1.Алгебра и начала анализа, 10–11 класс (А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Ю.П. Дудницын) 1990, № 448, 449, 457, 458, 461, 462, 463, 464, 468, 469, 470.











КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 1.Решить уравнения:

 а) ($\frac{1}{3})^{х}$=27

 б) 4х=256

 2.Решить уравнения:

 а) $√2^{х}$\*$√3^{х}$=36

 б) 35-х=33х-1

 3.Решить уравнения методом подстановки:

а) 36х-4\*6х-12=0

 б) 2х+1-3\*2х+5\*2х-1=48

 В) 6Х+6Х+1=2Х+2Х+1+2Х+2

 **Логарифмичепкая функция**

 **Логарифмические уравнения**

Уравнение, содержащее неизвестное под знаком логарифма или (и) в его основании, называется **логарифмическим уравнением**.

Простейшим логарифмическим уравнением является уравнение вида

|  |  |
| --- | --- |
| log*a* *x* = *b*. | (1) |

**Утверждение 1.** Если *a* > 0, *a* ≠ 1, уравнение (1) при любом действительном *b* имеет единственное решение *x* = *ab*.

**Пример 1.** Решить уравнения:

a) log2 *x* = 3,       b) log3 *x* = -1,       c) 

**Решение.** Используя [утверждение 1](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#A1), получим
a) *x* = 23 или *x* = 8;     b) *x* = 3-1 или *x* = 1/3;     c)  или *x* = 1.

**Основное логарифмическое тождество**:1)



где *a* > 0, *a* ≠ 1 и *b* > 0.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/log7x.gif       | (*a* > 0, *a* ≠ 1, *b* > 0, *b* ≠ 1). |

 | (2) |

Используя свойства [P4](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#P4) и [P5](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#P5), легко получить следующие свойства

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/log10x.gif       | (*a* > 0, *a* ≠ 1, *b* > 0, *c* ≠ 0), |

 | (3) |
|

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/log11x.gif           | (*a* > 0, *a* ≠ 1, *b* > 0, *c* ≠ 0), |

 | (4) |
|

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/log12x.gif         | (*a* > 0, *a* ≠ 1, *b* > 0, *c* ≠ 0), |

 | (5) |

и, если в (5) *c* - четное число (*c* = 2*n*), имеет место

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/log8x.gif         | (*b* > 0, *a* ≠ 0, |*a*| ≠ 1). |

 | (6) |

Перечислим и основные свойства логарифмической функции *f*(*x*) = log*a* *x*:

1. Область определения логарифмической функции есть множество положительных чисел.
2. Область значений логарифмической функции - множество действительных чисел.
3. При *a* > 1 логарифмическая функция строго возрастает (0 < *x*1 < *x*2  log*a* *x*1 < log*a* *x*2), а при 0 < *a* < 1, - строго убывает (0 < *x*1 < *x*2   log*a* *x*1 > log*a* *x*2).
4. log*a* 1 = 0 и log*a* *a* = 1     (*a* > 0, *a* ≠ 1).
5. Если *a* > 1, то логарифмическая функция отрицательна при *x*  (0;1) и положительна при *x*  (1;+), а если 0 < *a* < 1, то логарифмическая функция положительна при *x*  (0;1) и отрицательна при *x*  (1;+).
6. Если *a* > 1, то логарифмическая функция выпукла вверх, а если *a*  (0;1) - выпукла вниз.

 **Пример 2.** Решить уравнения

|  |  |
| --- | --- |
| a) log2(5 + 3log2(*x* - 3)) = 3,     | c) log(*x*- 2)9 = 2, |
| b) http://www.math.md/school/praktikum/logr/log14x.gif | d) log2*x*+ 1(2*x*2 - 8*x* + 15) = 2. |

**Решение.** a) Логарифмом положительного числа *b* по основанию *a* (*a* > 0, *a* ≠ 1) называется степень, в которую нужно возвести число *a*, чтобы получить *b*. Таким образом, log*ab* = *c*  *b* = *ac* и, следовательно,

5 + 3log2(*x* - 3) = 23

или

3log2(*x* - 3) = 8 - 5,       log2(*x* - 3) = 1.

Опять используя определение, получим

*x* - 3 = 21,     *x* = 5.

Проверка полученного корня является неотъемлемой частью решения этого уравнения:

log2(5 + 3log2(5 - 3)) = log2(5 + 3log22) = log2(5 + 3) = log28 = 3.

Получим истинное равенство 3 = 3 и, следовательно, *x* = 5 есть решение исходного уравнения.

b) Аналогично примеру [a)](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#a)), получим уравнение



откуда следует линейное уравнение *x* - 3 = 3(*x* + 3) с решением *x* = -6. Сделаем проверку и убедимся, что *x* = -6 является корнем исходного уравнения.

c) Аналогично примеру [a)](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#a)), получим уравнение

(*x* - 2)2 = 9.

Возведя в квадрат, получим квадратное уравнение *x*2 - 4*x* - 5 = 0 с решениями *x*1 = -1 и *x*2 = 5. После проверки остается лишь *x* = 5.

d) Используя определение логарифма, получим уравнение

(2*x*2 - 8*x* + 15) = (2*x* + 1)2

или, после элементарных преобразований,

*x*2 + 6*x*-7 = 0,

откуда *x*1 = -7 и *x*2 = 1. После проверки остается *x* = 1.

**II. Использование свойств логарифма**

**Пример 3.** Решить уравнения

|  |
| --- |
| a) log3*x* + log3(*x* + 3) = log3(*x* + 24), |
| b) log4(*x*2 - 4*x* + 1) - log4(*x*2 - 6*x* + 5) = -1/2 |
| c) log2*x* + log3*x* = 1, |
| d) 2log3(*x* - 2) + log3(*x* - 4)2 = 0, |
| e) 16log4(1 - 2*x*) = 5*x*2 - 5. |

**Решение.** a) *ОДЗ* уравнения есть множество *x*  (0;+) которое определяется из системы неравенств (условия существования логарифмов уравнения)

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif | *x* > 0, |
| *x*+3 > 0, |
| *x*+24 > 0. |

Используя свойство [**P2**](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#P2) и [утверждение 1](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#A1), получим

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |
| --- |
| log3*x* + log3(*x* + 3) = log3(*x* + 24)      |

 |

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif | log3*x*(*x* + 3) = log3(*x* + 24), |
| *x* > 0, |

 |    |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |
| --- | --- |
|    http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif | *x*(*x* + 3) = *x* + 24, |
| *x* > 0, |

 |

|  |  |
| --- | --- |
|    http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif | *x*2 + 2*x* - 24 = 0, |
| *x* > 0, |

 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|    http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif | http://www.math.md/school/praktikum/logr/t1x.gif | *x*1 = -6, |
| *x*2 = 4, |
|  | *x* > 0, |

 |    *x* = 4. |

b) Используя свойство [**P3**](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#P3), получим следствие исходного уравнения



откуда, используя определение логарифма, получим



или

*x*2 - 4*x* + 1 = 1/2(*x*2 - 6*x* + 5),

откуда получаем уравнение

*x*2 - 2*x* - 3 = 0

с решениями *x*1 = -1 и *x* = 3. После проверки остается лишь *x* = -1.

c) *ОДЗ* уравнения: *x*  (0;+). Используя свойство [**P5**](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#P5), получим уравнение





log2*x*(1 + log32) = 1,

откуда  или    или   log2*x* = log63. Следовательно, 

d) *ОДЗ* уравнения - множество (2;4)(4;+) определяется из системы неравенств

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif | *x*-2 > 0, |
| (*x* - 4)2 ≠ 0, |

Используя свойство [**P4**](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#P4) (учитывая замечание), получим равносильное уравнение

2log3(*x* - 2) + 2log3|*x* - 4| = 0

или log3(*x* - 2) + log3|*x* - 4| = 0.

Используя свойство [**P2**](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#P2), получим равносильное уравнение

log3(*x* - 2)|*x* - 4| = 0         (*x* - 2)|*x* - 4| = 1.

Поскольку в *ОДЗ* *x* - 2 = |*x* - 2| уравнение можно записать следующим образом

|*x* - 2||*x* - 4| = 1     или     |*x*2 - 6*x* + 8| = 1

последнее уравнение (см. свойства модуля) равносильно совокупности уравнений

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t1x.gif | *x*2 - 6*x* + 8 = 1, |
| *x*2 - 6*x* + 8 = -1, |

откуда получим: *x*1 = 3, *x*2 = 3 +    и   *x*3 = 3 -   *ОДЗ*. Таким образом, корнями исходного уравнения являются *x*1 = 3   и   *x*2 = 3 + .

e) Поскольку



используя свойство [**P1**](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#P1), получим, что в *ОДЗ* (*x*  (-;-1)) уравнение равносильно уравнению

(1 - 2*x*)2 = 5*x*2 - 5

или

*x*2 + 4*x* - 6 = 0,

откуда следует: *x*1 = -2 -    и   *x*2 = -2 + . Последнее значение *x* не входит в *ОДЗ*, остается единственное решение *x* = -2 - .

**III. Метод подстановки**

В некоторых случаях логарифмическое уравнение можно свести к алгебрическому уравнению относительно новой переменной. Например, уравнение *F*(log*ax*) = 0, где *F*(*x*) - алгебраическая рациональная функция, посредством подстановки log*ax* = *t* сводится к алгебраическому уравнению относительно *t*, *R*(*t*) = 0.

**Пример 4.** Решить уравнения

|  |  |
| --- | --- |
| a) lg2*x* - 3lg*x* + 2 = 0, | c) lg2100*x* + lg210*x* + lg*x* = 14, |
| b) http://www.math.md/school/praktikum/logr/log35x.gif,     | d) 5lg*x* = 50 - *x*lg5. |

**Решение.** a) *ОДЗ* уравнения есть множество *x*  (0;+). Обозначив lg*x* = *t* (тогда lg2*x* = (lg *x*)2 = *t*2), получим квадратное уравнение

*t*2 - 3*t* + 2 = 0,

решения которого *t*1 = 1 и *t*2 = 2. Следовательно,

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t1x.gif | lg *x* = 1, |
| lg *x* = 2, |

откуда *x*1 = 10 и *x*2 = 100. Оба корня входят в *ОДЗ*.

b) *ОДЗ* уравнения - множество (1;+). Поскольку  подстановкой *t* = log2(*x* - 1) получим квадратное уравнение

4*t*2 - 3*t* - 1 = 0

решениями которого являются *t*1 = -1/4 и *t*2 = 1. Таким образом,

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t1x.gif | log2(*x* - 1) = -1/4, |
| log2(*x* - 1) = 1, |

 |    http://www.math.md/school/praktikum/logr/log38x.gif |    http://www.math.md/school/praktikum/logr/log39x.gif |

c) *ОДЗ* уравнения - множество (0;+). Так как

lg2100*x* = (lg100*x*)2 = (lg100 + lg*x*)2 = (2 + lg*x*)2,

lg210*x* = (lg10*x*)2 = (lg10 + lg*x*)2 = (1 + lg*x*)2,

подстановкой *t* = lg*x* сведем исходное уравнение к квадратному уравнению

(2 + *t*)2 + (1 + *t*)2 + *t* = 14

или

2*t*2 + 7*t* - 9 = 0

откуда *t*1 = -9/2 и *t*2 = 1. Возвращаясь к исходной переменной, получим  и *x*2 = 10.

d) *ОДЗ* уравнения - множество (0;1)(1;+). Поскольку  уравнение примет вид 5lg*x* = 50 - 5lg*x* или 2·5lg*x* = 50, откуда 5lg*x* = 25 или 5lg*x* = 52      lg*x* = 2      *x* = 100.

**IV. Уравнения, содержащие выражения вида **

**Пример 5.** Решить уравнения



**Решение.** a) *ОДЗ* уравнения определяется из системы

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif | *x* + 2 > 0, |
| *x* + 2 ≠ 1. |

Получим множество *x*  (-2;-1)(-1;+). В *ОДЗ* обе части уравнения положительны, поэтому, логарифмируя обе части уравнения (например, по основанию 2), получим равносильное уравнение



или, используя свойства [**P4**](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#P4) и [**P2**](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#P2),

log2(*x* + 2)·log2(*x* + 2) = log24 + log2(*x* + 2).

Обозначив log2(*x* + 2) = *t*, получим квадратное уравнение

*t*2 - *t* - 2 = 0

решениями которого являются *t*1 = -1 и *t*2 = 2. Следовательно,

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t1x.gif | log2(*x* + 2) = -1, |
| log2(*x* + 2) = 2, |

откуда

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t1x.gif | *x* + 2 = 1/2, |
| *x* + 2 = 4 |

или

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t1x.gif | *x*1 = -3/2, |
| *x*2 = 2. |

Оба корня входят в *ОДЗ*.

b) *ОДЗ* уравнения - множество (0;1)(1;+). Поскольку (см. свойство proprietatea [**P5**](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#P5) и формулу [(2)](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#(2)))



уравнение примет вид

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/log50x.gif |   или   | http://www.math.md/school/praktikum/logr/log51x.gif |

Логарифмируя обе части уравнения по основанию 2, получим



или log2*x* = 1, откуда *x* = 2.

**Логарифмические неравенства**

Неравенство, содержащее неизвестное под знаком логарифма или (и) в его основании называется **логарифмическим неравенством**.

В процессе решения логарифмических неравенств часто используются следующие утверждения относительно равносильности неравенств и учитываются свойства монотонности логарифмической функции.

**Утверждение 1.** Если *a* > 1, то неравенство log*a* *f*(*x*) > log*a* *g*(*x*) равносильно системе неравенств

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif | *f*(*x*) > *g*(*x*), |
| *g*(*x*) > 0. |

**Утверждение 2.** Если 0 < *a* < 1, то неравенство log*a* *f*(*x*) > log*a* *g*(*x*) равносильно системе неравенств

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif | *f*(*x*) < *g*(*x*), |
| *f*(*x*) > 0. |

**Утверждение 3.** Неравенство log*h*(*x*) *f*(*x*) > log*h*(*x*) *g*(*x*) равносильно совокупности систем неравенств

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t1x.gif | http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif | *h*(*x*) > 1, |
| *f*(*x*) > *g*(*x*) > 0, |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif | 0 < *h*(*x*) < 1, |
| 0 < *f*(*x*) < *g*(*x*). |

Подчеркнем, что в неравенстве log*a* *f*(*x*) > log*a* *g*(*x*) вместо знака > может фигурировать любой из знаков ≥ , < , ≤ . В этом случае [утверждения 1-3](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#Afirm1) соответственно преобразуются.

**Пример 1.** Решить неравенства

|  |  |
| --- | --- |
| a) log3(*x*2 - *x*) ≥ log3(*x* + 8); | d) http://www.math.md/school/praktikum/logr/log86x.gif |
| b) http://www.math.md/school/praktikum/logr/log87x.gif       | e) log2*x*(*x*2 - 5*x* + 6) < 1. |
| c) http://www.math.md/school/praktikum/logr/log88x.gif |  |

**Решение.** a) Используя [утверждение 1](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#Afirm1) , получим

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| log3(*x*2 - *x*) ≥ log3(*x* + 8)  http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif | *x*2 - *x* ≥ *x* + 8, |  http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif | *x*2 - 2*x* - 8 ≥ 0, |  |
| *x*+8 > 0, | *x* > -8, |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif | http://www.math.md/school/praktikum/logr/t1x.gif | *x* ≤ -2, |  |
| *x* ≥ 4, |    *x*  (-8;-2][4;+). |
|  | *x* > -8, |  |

b) Основание логарифма число между нулем и единицей, поэтому, используя [утверждение 2](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#Afirm2), получим

|  |
| --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/log89x.gif |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/log90x.gif |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/log91x.gif |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/log92x.gif |

c) Запишем 0 = log21 и, используя [утверждение 1](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#Afirm1), получим



Запишем  и, используя [утверждение 2](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#Afrim2), получим



d) Используя [утверждение 3](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#Afirm3), получим



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  http://www.math.md/school/praktikum/logr/t1x.gif | *x*  (3;4), |    *x*  (3;4). |
| *x*  , |

Решение первой системы совокупности:



Решение второй системы совокупности:



e) Запишем 1 = log2*x*2*x*, и используем [утверждение 3](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#Afirm3) (учитывая, что знак > заменен на знак < ).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| log2*x*(*x*2 - 5*x* + 6) < log2*x*2*x*    http://www.math.md/school/praktikum/logr/t1x.gif | http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif | 2*x* > 1, |  |
| *x*2 - 5*x* + 6 < 2*x*, |
| *x*2 - 5*x* + 6 > 0, |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif | 0 < 2*x* < 1, |
| *x*2 - 5*x* + 6 > 2*x*, |
| 2*x* > 0, |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  http://www.math.md/school/praktikum/logr/t1x.gif | *x*  (1;2)(3;6), | *x*  (0;1/2)(1;2)(3;6). |
| *x*  (0;1/2) |

Решение первой системы совокупности:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif |  | *x* > 1/2, |  http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif |  | *x* > 1/2, |    *x*  (1;2)(3;6). |
|  | *x*2 - 7*x* + 6 < 0, |  | 1 < *x* < 6, |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t1x.gif | *x* < 2, | http://www.math.md/school/praktikum/logr/t1x.gif | *x* < 2, |
| *x* > 3, | *x* > 3, |

Решение второй системы совокупности:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif | 0 < *x* < 1/2, |
| *x*2 - 7*x* + 6 > 0, |

 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif |  | 0 < *x* < 1/2, |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t1x.gif | *x* < 1, |
| *x* > 6, |

 |    *x*  (0;1/2). |

Неравенства вида *F*(log*ax*) > 0 сводятся подстановкой *t* = log*ax* к алгебраическому неравенству *F*(*t*) > 0.

**Пример 2.** Решить неравенства



**Решение.** a) Обозначив , получим квадратное неравенство *t*2 + *t* - 2 ≥ 0, откуда *t* ≤ -2 или *t* ≥ 1. Таким образом,



b) Обозначив *t* = lg*x*, получим рациональное неравенство

.

Используя метод интервалов (см., например, [[1](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#biblio)], [[2](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#biblio)]), получим



Следовательно,

|  |
| --- |
|  |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t1x.gif | lg*x* < -1, |  | http://www.math.md/school/praktikum/logr/t1x.gif | 0 < *x* < 1/10, |  |
| 2 < lg*x* < 3, |  | 100 < *x* < 1000, |    *x*  (0;1/10)(100;1000)(105;+). |
| lg*x* > 5, |  | *x* > 105, |  |

В случае логарифмических неравенств, которые не имеют вид неравенств, входящих в [утверждения 1-3](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#Afirm1), определяется *ОДЗ* и с помощью равносильных преобразований исходные неравенства сводятся к неравенствам, которые решаются с помощью [утверждений 1-3](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#Afirm1).

**Пример 3.** Решить неравенства



**Решение.** a) *ОДЗ* неравенства - множество (5;+). Используя свойство [**P2**](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#P2), получим неравенство

lg(*x* - 2)(*x* - 5) < lg4.

Используя [утверждение 1](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#Afirm1), получим

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif | (*x* - 2)(*x* - 5) < 4, |
| (*x* - 2)(*x* - 5) > 0. |

Решаем систему

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif |  | *x*2 - 7*x* + 6 < 0, |  | http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif |  | 1 < *x* < 6, |  |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t1x.gif | *x* < 2, |  | http://www.math.md/school/praktikum/logr/t1x.gif | *x* < 2, |    *x*  (1;2)(5;6) |
| *x* > 5, |  | *x* > 5, |  |

и, учитывая *ОДЗ*, получим *x*  (5;6).

e) Определим *ОДЗ* неравенства



Приведя все логарифмы к основанию 3, получим



Используя свойство [**P2**](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#P2), получим



Обозначив log3*x* = *t*, решим полученное неравенство методом интервалов



Следовательно,



откуда, учитывая *ОДЗ*, получим множество решений исходного неравенства:



c) Определим *ОДЗ* неравенства



Поскольку , неравенство равносильно следующему:



откуда следует



Обозначив  *t* ≥ 0, получим квадратное неравенство

(*t* - 1)2 > *t* + 11,

или

*t*2 - 3*t* - 10 > 0,

откуда *t* < -2 или *t* > 5. Поскольку *t* ≥ 0, остается *t* > 5 или       *x* > 5.

Учитывая *ОДЗ*, получим ответ: *x*  (5;+).

d) *ОДЗ* неравенства есть множество (1;2)(2;+). Используя обобщенный метод интервалов, получим





Так как в *ОДЗ*   log2(*x*-1) > 0 при *x* > 2 и log2(*x*-1) < 0 при 1 < *x* < 2, следует, что  для любого *x* из *ОДЗ*,  при *x*  (1;2)(2;3) и  при *x* > 3, значит,



получим *x*  (1;2)(3;+).





****

**Контрольная работа**

 **ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ**

 **1вариант**

**1 Пользуясь основным логарифмическим тождеством, вычислить:**

**а)**$ log\_{2}32$**= б)**$ log\_{3}81$**=**

**в)** $log\_{6}2$**+**$log\_{6}3$**= г)**$ log\_{2}11$**-**$log\_{2}44$**=**

**2 Решить уравнение:**

 **а)** $log\_{5}х$**=2 б)** $log\_{\frac{1}{7}}х$**=1**

 **в)** $log\_{х}81$**=4 г)** $log\_{х}\frac{1}{16}$**=2**

**3 Решить уравнение:**

$а log\_{3}х$**=2\***$log\_{9}6$**-**$log\_{9}12$

 **б)**$log\_{6}х$**=3\***$log\_{6}2$**+0,5\***$log\_{6}25$**-2\***$log\_{6}3$